

**Risque de défaut – risque de crédit**  
**Examen ENPC**  
**9 décembre 2011**

**Durée de l'épreuve : 1h30**

La note finale du module est égale à 2/3 de la note maximale plus 1/3 de la note minimale entre l'examen écrit et le projet. Cette épreuve comprend trois exercices.  
Les documents ne sont pas autorisés.

**Hypothèses communes aux deux exercices**

- La courbe de taux sans risque est plate ; le taux sans risque est noté  $r$  et vaut 4%.
- Les coupons des obligations et les primes running des CDS sont payés en temps continu.
- Le taux de recouvrement associé à un émetteur est noté  $R$  et est supposé constant et égal à 40%.

**Exercice 1 : Perte la plus probable dans le modèle de Vasicek (8 pts)**

Considérons un portefeuille de crédit homogène dans lequel les émetteurs ont tous la même probabilité de défaut  $PD = N(s)$  et la même corrélation d'actifs  $\rho$ , inférieure à 50%.

1. Quelle est la densité de la perte sur le portefeuille homogène infiniment granulaire de Vasicek ?
2. Quelle est la perte la plus probable dans le modèle de Vasicek ?
3. Comment varie cette perte la plus probable lorsque la corrélation augmente ? Expliquez pourquoi cette perte est inférieure à la perte attendue.
4. Quelle est la probabilité que la perte soit supérieure à la perte la plus probable ?
5. Quelle est la perte attendue au delà de la perte la plus probable ?

**Exercice 2 : Etude s'une stratégie de trading (8 pts)**

Soit un émetteur de référence BRUGER Associés. Les marchés internationaux cotent le spread de crédit de cet émetteur à 100 bp sur la maturité 5 ans et 150 bp sur la maturité 7 ans.

1. Quelle est la sensibilité au risque de spread des CDS 5 ans et 7 ans sur BRUGER Associés ?
2. Notre trader souhaite s'exposer à la baisse des spreads sur BRUGER Associés car il pense que cette société est trop décotée. En revanche, il n'a pas d'anticipation sur la pentification de la courbe de BRUGER Associés. Quelles positions sur les maturités 5 ans et 7 ans le trader va-t-il prendre pour jouer sur la translation de la courbe de spread de cet émetteur ? Le trader doit respecter une contrainte imposée par la direction des risques de la banque : la sensibilité de sa position globale aux translations de courbes de spread ne doit pas dépasser 10 000 EUR par bp de spread.
3. Quelques jours plus tard, les spreads de marché à 5 ans et 7 ans sur BRUGER Associés sont respectivement de 95 bp et 147 bp. Quel profit (ou quelle perte) le trader a-t-il réalisé ?

**Exercice 3 : Enjeux réglementaires (4 pts)**

1. Suite à la crise, les exigences en fonds propres vont augmenter de manière importante sur les activités de marché au 31/12/2011. Expliquez ce que vous en savez.
2. Pourquoi est-ce une évolution importante pour les activités de marché et donnez un ou plusieurs exemples des conséquences macroéconomiques de ces évolutions réglementaires.
3. Mettez-vous dans la peau d'un jeune quant qui postule aujourd'hui dans la banque. Quels arguments mettez-vous en avant auprès des recruteurs pour justifier de l'utilité de ce type de profil dans son établissement ?

# Corrigé

## Exercice 1

$$1. f(L=x) = \sqrt{\frac{1-\rho}{\rho}} \exp\left(-\frac{1}{2\rho}(\sqrt{1-\rho}N^{-1}(x)-s)^2 + \frac{1}{2}(N^{-1}(x))^2\right)$$

$$2. f'(x) = 0 \Leftrightarrow L_m = N\left(\frac{\sqrt{1-\rho}}{1-2\rho}s\right)$$

3. Lorsque la corrélation est nulle, la perte la plus probable est égale à la perte attendue. Lorsque la corrélation augmente, la perte la plus probable diminue, et on a  $L_m(\rho) \leq N(s)$

$$4. P(L > L_m) = N\left(-\frac{\rho}{1-2\rho}s\right)$$

$$5. E(L|L \geq N(s)) = \frac{N_2\left(s, -\frac{\rho}{1-2\rho}s, \sqrt{\rho}\right)}{N\left(-\frac{\rho}{1-2\rho}s\right)}$$

## Exercice 2

1. DV5=4.35 et DV7=5.62

2. Le trader vend la protection sur les maturités 5 ans et 7 ans. Il souhaite être insensible à un pivotement décrit par  $\Delta s = \Delta s_5 = -\Delta s_7$ . La valeur de marché du portefeuille du trader est donnée par :

$$MtM = 0 = -N_5 \cdot DV_5 \cdot \Delta s + N_7 \cdot DV_7 \cdot \Delta s$$

Par ailleurs, la contrainte de sensibilité s'écrit :  $10000 = N_5 \cdot DV_5 \cdot 1bp + N_7 \cdot DV_7 \cdot 1bp$

En résolvant ces équations, nous trouvons :  $N_5 = 11\,495\,000$  EUR et  $N_7 = 8\,897\,000$  EUR

3. La sensibilité sur le 5 ans et le 7 ans est de 5000 EUR par bp. Le trader gagne donc 25 000 EUR sur le 5 ans et 15 000 EUR sur le 7 ans, soit un total de 40 000 EUR

## Exercice 3

Ceux qui ont 4 pts à cet exercice gagnent un entretien pour exposer leur réponse à la question 3.