

EXAMEN RISQUE DE CREDIT
Examen – 20.12.2013

Exercice 1 : Courbe de spread et calcul de CVA [6 points]

Supposons que l'intensité de défaut associée à un émetteur soit égale à 1% entre les maturités 0 et 5 ans et égale à 1.5% au-delà.

1. Quelle est la probabilité de défaut entre t et $t+dt$, conditionnellement à ce que l'émetteur soit encore en vie à la date t ?
2. Quelle est la probabilité de défaut à horizon 7 ans sur cet émetteur ?
3. A la date t , quelle est la valeur de marché de la position vendeuse de protection (commentaire) ?
4. Vu d'aujourd'hui, en fonction des expositions à la date t (6 mois, 1 an, ... 7 ans) et de la courbe de spread du vendeur de CDS, quelle est la CVA sur ce produit ? (rappeler la définition de la CVA et en donner la formule générale, en l'expliquant. Aucun calcul numérique n'est attendu).

Exercice 2 : Indicateurs réglementaires IRC et CRM [8 points]

L'objectif de cet exercice est de calculer la CVA dans un cas simple. L'exercice est simplifié au maximum et on acceptera ainsi trois hypothèses :

- a. toutes les courbes de spreads sont plates,
- b. les mouvements de spreads entre deux entités différentes sont indépendants.
- c. Le taux d'intérêt sans risque est nul.
- d. Les paiements de primes des instruments sont réalisés en temps continu.

Nous considérons un CDS de maturité T traité avec la contrepartie B portant sur l'entité de référence C. Nous appelons s_t^B et s_t^C les spreads de crédit à la date t des entités B et C respectivement. La valeur de marché de la position vendeuse de protection sans risque de contrepartie à la date t est appelée MtM_t^- . Enfin, on note $P_B(t)$ la fonction de répartition de la date de défaut de la contrepartie du swap B.

1. Expliquez succinctement le fonctionnement de cet instrument et les risques associés
2. Expliquez en quelques mots les relations $\lambda_t^{B,C} = s_t^{B,C} / (1 - R)$. Donner la formule de $P_B(t)$ compte tenu des hypothèses ci-dessus.
3. En négligeant le risque lié au défaut de la contrepartie C, calculez la sensibilité de la valeur de marché d'une position vendeuse de protection au risque sur le spread de crédit de l'entité de référence.
4. La CVA est la différence entre la valeur de marché du CDS sans risque de contrepartie et avec risque de contrepartie. Expliquez la formule $CVA_0 = (1 - R) \int_0^T E[MtM_t^+] dP_B(t)$
5. Nous supposons dans cette question que la DV du CDS sans prise en compte du risque de contrepartie est une fonction déterministe du temps. Expliquez le domaine de validité de cette approximation :

$$DV(t) = \frac{1 - e^{-\lambda_0^C(T-t)}}{\lambda_0^C}$$

6. En faisant l'hypothèse que le spread de crédit résiduel s_t^C entre la date t et la maturité T suit un processus brownien, i.e. $s_t^C \sim N(s_0^C, \sigma^2 t)$, calculez $E[MtM_t^+]$ à chaque date future t .
7. Donnez la formule analytique de la CVA.

Exercice 3 : Expected shortfall dans le modèle de Vasicek [5 points]

Considérons un portefeuille de crédit homogène dans lequel les émetteurs ont tous la même probabilité de défaut $PD = N(s)$ et la même corrélation d'actifs ρ . La perte en cas de défaut est LGD

1. Rappelez les hypothèses du modèle de Vasicek
2. Quelle est la probabilité que la perte totale sur le portefeuille soit supérieure à la perte médiane ?
3. Quelle est la perte attendue au delà de la perte médiane ?