

## ENPC – Risque de crédit

Examen final – 18/12/2015

Les documents ne sont pas admis.

Les questions de cours sont soulignées. Leur total est supérieur à 10 points.

### Exercice 1 : CDS sur dette senior et subordonnée (6 pts)

1. Expliquez pourquoi la jambe variable (jambe de protection) d'un CDS payant ses primes running a une valeur de marché égale à celle d'un CDS payant des primes UF + running.
2. Ecrire la relation entre la partie upfront de la prime d'un CDS UF + running, la prime running de ce même CDS et la prime running du CDS running.
3. Considérons un CDS running référençant la dette senior d'une entité de référence et un autre CDS référençant la dette subordonnée de cette même entité de référence. Appelons  $R_{sen}$  et  $R_{sub}$  les taux de recouvrement associés à chacune de ces dettes respectivement. Ecrire la relation qui lie chacun de ces deux paramètres à l'intensité de défaut  $\lambda$  et aux spreads de marché  $s_{sen}$  et  $s_{sub}$  respectivement.
4. En déduire une relation entre  $s_{sen}$ ,  $s_{sub}$ ,  $R_{sen}$  et  $R_{sub}$ .
5. En supposant  $R_{sen} = 40\%$  et  $R_{sub} = 10\%$ , calculez le ratio théorique entre les spreads senior et subordonnés (i.e. le ratio  $s_{sub}/s_{sen}$  )

### Exercice 2 : Autour du modèle de Vasicek (7 pts)

Dans le modèle de Vasicek (modélisation des pertes de crédit sur un portefeuille homogène infiniment granulaire), on notera  $PD = N(s)$ , LGD et  $p$  les paramètres du modèle.

1. Rappelez les hypothèses principales du modèle et exprimez les pertes sur le panier en fonction du facteur macro-économique  $f$ .
2. Indiquez quelles sont les différentes courbes de densités de probabilité de pertes, en particulier lorsque le paramètre de corrélation change.
3. Pour une valeur de  $\alpha$  (comprise en 0 et 1 strictement), exprimez le quantile de la perte sur le portefeuille au seuil  $\alpha$ .
4. Pour un niveau de perte  $l$ , indiquez à quelle valeur de facteur macro correspond la perte  $l$ .
5. On considère une tranche de points d'attachement  $a$  et de détachement  $b$ . Quelle est la perte attendue sur cette tranche ?
6. Dans quel sens varie la perte sur la tranche  $[a, 100\%]$  en fonction de la corrélation des actifs ?
7. Nous nous plaçons dans le cas d'un nombre  $N$  fini d'actifs, toutes autres hypothèses égales par ailleurs. Pouvez-vous donner une approximation de la perte sur la tranche mezzanine  $[a, b]$  (ou  $a$  minima proposer une méthode d'estimation grossière) ?

### Exercice 3 : Variation du prix d'un titre financier (3 pts)

On suppose que le processus de prix d'un titre financier  $(TF)_{t \geq 0}$  dépend du processus de prix d'une action  $(S_t)_{t \geq 0}$ , solution de l'équation différentielle stochastique suivante :

$$\frac{dS_t}{S_t} = rdt + \sigma dW_t,$$

où  $(W_t)_{t \geq 0}$  est un mouvement brownien sous la probabilité risque-neutre. De plus, le titre verse des cash-flows égaux à  $(CF_t)_{t \geq 0}$  par unité de temps.

En appliquant le principe d'Absence d'Opportunité d'Arbitrage, écrire l'équation différentielle stochastique suivie par le processus  $(TF_t)_{t \geq 0}$ .

### Exercice 4 : Questions diverses (4 pts)

1. Décrivez les différents risques de contrepartie engendrés par les activités de dérivés. Décrivez en quelques lignes la réglementation prudentielle mise en place pour encadrer ces risques.
2. Qu'est ce qu'un rating ? Qu'est ce qu'un score ? Quelle est la différence entre les deux ?

## Solutions

### Exercice 1

1. Dans les deux cas, le cash-flow de la jambe de protection est payé à la date de credit event.
2.  $UF = (p - c)DV(0, \lambda_0)$
3.  $s_{sen} = \lambda(1 - R_{sen})$  et  $s_{sub} = \lambda(1 - R_{sub})$
4.  $s_{sub}/s_{sen} = (1 - R_{sub})/(1 - R_{sen})$
5.  $\frac{s_{sub}}{s_{sen}} = \frac{0.9}{0.6} = \frac{3}{2}$

### Exercice 2

1. Cours
2. Cours
3. Cours
4. Cours
5. Cours
6. La perte sur la tranche  $[a, 100\%]$  est une fonction croissante de la corrélation des actifs.
7. Une méthode consiste à calculer le paramètre de corrélation  $\rho'$  tel que la variance calculée dans le modèle de Vasicek avec le paramètre  $\rho'$  soit égale à la variance du portefeuille à N actifs